

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΠΟΔΟΣΦΑΙΡΟ

**Ελισάβετ Σωτηρίου, Μαθήτρια Α Λυκείου, Λύκειο Λινόπετρας**

**Ιορδάνης Χαριλάου, Μαθητής Α Λυκείου, Λύκειο Λινόπετρας**

**Αντώνης Φουρλάς, Μαθητής Α Λυκείου, Λύκειο Λινόπετρας**

**Γαβριέλλα Χατζηκυριάκου, Μαθήτρια Α Λυκείου, Λύκειο Λινόπετρας**

*Σε αυτή την παρουσίαση μελετήθηκε η σχέση των μαθηματικών και η χρησιμότητά τους στο ποδόσφαιρο. Αρχικά αναφέρονται πως ξεκίνησε η σύνδεση τους και πώς τα χρησιμοποιούν οι προπονητές αλλά και οι παίκτες στο παιχνίδι αλλά και στην προπόνηση. Έπειτα αναφέρεται η σύνδεση του ποδοσφαίρου με τη στατιστική, τη φυσική, τη γεωμετρία και τη τριγωνομετρία, τα ποσοστά, τις πιθανότητες, τη Θεωρία Παιγνίων αλλά και το Προγραμματισμός και την Τεχνητή Νοημοσύνη. Τέλος παρουσιάζονται τα συμπεράσματά μας και μέσω μιας κατασκευής ενός γηπέδου με κλίμακα στην τεχνολογία η δική μας μικρή έρευνα σε σχέση με τα συστήματα και τις στημένες φάσεις στο ποδόσφαιρο.*

### Ιστορική Αναδρομή:

Μια σημαντική προσωπικότητα που υποστήριξε πρώτος τη σύνδεση μαθηματικών με το ποδόσφαιρο ήταν ο Βαλερί Λομπανόφσκι, προπονητής της ομάδας της Δυναμό Κιέβου. Η φιλοσοφία ήταν η σκληρή πίεση χωρίς την μπάλα, η γρήγορη κίνηση και η εναλλαγή των παικτών. Επίσης, σημαντικός είναι και ο έλεγχος του χώρου, με αποτέλεσμα να απαιτείται αυτή η στερεομετρική – χωροταξική αντίληψη και η ανάπτυξή της. Ο Λομπανόφσκι ήθελε τους ποδοσφαιριστές να παίζουν σκάκι για να οξύνεται ο νους και τους έβαζε διάφορα μαθηματικά τεστ και ασκήσεις μπροστά σε υπολογιστή για να τεστάρει την ετοιμότητά τους. Επίσης, ο Ken Bray, μετά από δεκάδες ώρες ανάλυσης ποδοσφαίρου, κατέληξε στο συμπέρασμα πως κορυφαίοι ποδοσφαιριστές όπως ο Κριστιάνο Ρονάλτο, ο Μεσί, ο Νεϊμάρ και ο Εμπαπέ είναι πολύ καλοί στα μαθηματικά. Αξιοσημείωτος είναι και ένας άλλος επιστήμονας, ο Hawking, ο οποίος συνδύασε επίσης τα μαθηματικά με το ποδόσφαιρο και ασχολήθηκε με την εθνική ομάδα της Αγγλίας όπου εφηύρε έναν μαθηματικό τύπο για να προβλέψει (στο μέτρο του δυνατού) την πιθανότητα κατάκτησης του παγκόσμιου κυπέλου. Ακόμα, το ότι η γοητεία του ποδοσφαίρου κρύβεται στη γεωμετρική και αρχιτεκτονική ανάλυση των γηπέδων και στο ευμετάβλητο του χώρου, ήταν μια ιδέα του Ανρί Πουανκαρέ.

### Ανάλυση:

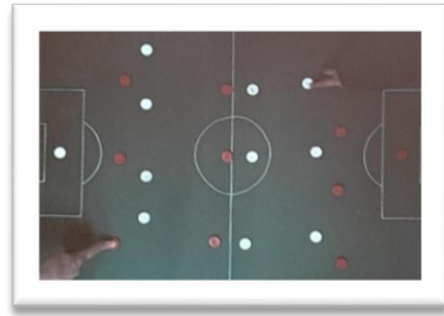
Το γήπεδο ποδοσφαίρου είναι ορθογώνιο με μήκος περίπου 90 -120 μέτρα και πλάτος περίπου 45 - 90 μέτρα. Χωρίζεται σε ίσες ζώνες στο μήκος και στο πλάτος και έτσι δημιουργούνται 6 ορθογώνια. Η επιτιθέμενη πλευρά κινείται από αριστερά στα δεξιά. Το ορθογώνιο ΑΒΓΔ αποτελεί την αμυντική γραμμή, το ΓΔΕΖ τη μεσαία γραμμή και το ΕΖΗΘ την επιθετική γραμμή οι περισσότερες ενέργειες που αφορούν τη στρατηγική στην άμυνα, στο κέντρο και την επίθεση εκδηλώνονται σ' αυτές τις ζώνες. Εξίσου σημαντικά είναι και τα κεντρικά και πλάγια τμήματα. Το ορθογώνιο ΑΙΚΘ αποτελεί το αριστερό πλάγιο τμήμα, το ΙΜΛΚ το μέσο τμήμα και το ΜΛΗΒ το δεξιό πλάγιο τμήμα.



Το ποδόσφαιρο είναι τέχνη αλλά και επιστήμη, διότι ο κάθε παίκτης χρησιμοποιεί και γεωμετρία και αεροδυναμική προκειμένου να κινηθεί σωστά στο γήπεδο και να υπολογίζει αποστάσεις, να προσπαθεί να προβλέψει την πορεία της μπάλας και γενικώς, πώς να αποφύγει τα λάθη που θα κοστίζουν στην ομάδα και αντιθέτως, πώς θα έρθει πιο κοντά στο γκολ, που αποτελεί και τον επιδιωκόμενο στόχο κάθε παίκτη και ομάδας.

Αρχικά, τα συστήματα αναφέρονται στις στρατηγικές διατάξεις και στον τρόπο που οργανώνονται οι παίκτες σε ένα αγώνα.

Η εφαρμογή μαθηματικών στα συστήματα βοηθάει στην κατανόηση και βελτίωση της στρατηγικής. Θέλοντας να μελετήσουμε τα συστήματα, κατασκευάσαμε με κλίμακα 1:100 ένα γήπεδο και τοποθετώντας τους παίκτες στα αντίστοιχα συστήματα, υπολογίσαμε τις πιθανές πάσες κάθε παίκτη. Στη συνέχεια, μεταφέραμε τα στοιχεία σε πίνακα excel όπως φαίνεται στην επόμενη διαφάνεια.



Άραγε ποιο σύστημα είναι ανώτερο από τα άλλα; Πολλά εξαρτώνται από τον βαθμό στον οποίο επηρεάζεται το ποδόσφαιρο από τις στατιστικές πιθανότητες. Ίσως να είναι οι παίκτες που κάνουν το σύστημα και όχι το αντίθετο.

Ακόμα, οι φυσικοί νόμοι της κίνησης, σχετίζονται άμεσα με τα μαθηματικά. Η κίνηση της μπάλας στο γήπεδο μπορεί να αναλυθεί με τους νόμους της φυσικής, όπως η ταχύτητα, η επιτάχυνση και η καμπυλότητα, η αεροδυναμική και η τριβή. Τα μαθηματικά παίζουν ρόλο στην κατανόηση αυτών των φαινομένων, όπως το πώς η δύναμη και η γωνία ενός σουτ επηρεάζουν την τροχιά της μπάλας. Η τροχιά της μπάλας, όταν εκτελείται ένα σουτ, μπορεί να περιγραφεί από εξισώσεις που βασίζονται στη φυσική της κίνησης:  $s=ut+\frac{1}{2}at^2$  όπου  $s$  είναι η απόσταση που διανύει η μπάλα,  $U$  είναι η αρχική ταχύτητα,  $a$  είναι η επιτάχυνση (π.χ., λόγω βαρύτητας,  $-9.81 \text{ m/s}^2$ ),  $t$  είναι ο χρόνος. Αυτές οι εξισώσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προβλέψουν την καμπυλότητα της μπάλας, ειδικά σε ελεύθερα χτυπήματα. Η γωνία εκτέλεσης ενός σουτ και η δύναμη που πρέπει να εφαρμοστεί μπορούν να υπολογιστούν με τριγωνομετρικές εξισώσεις. Για παράδειγμα, για να βρούμε την απαιτούμενη γωνία  $\theta$  για να περάσει η μπάλα από έναν συγκεκριμένο στόχο:

$$\eta\mu(\theta)=\frac{\text{ύψος του στόχου}}{\text{απόσταση από τον στόχο}}$$

Αυτές οι εξισώσεις και τα μοντέλα συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση των φυσικών αρχών και των στρατηγικών που διέπουν το ποδόσφαιρο, κάνοντάς το πιο επιστημονικό και ακριβές.

Επίσης, χρησιμοποιούνται μαθηματικά μοντέλα ανάλυσης δεδομένων και ανάπτυξης αλγορίθμων που μπορούν να προβλέψουν την απόδοση μιας ομάδας, να αναλύσουν τακτικές ή να προτείνουν μεταγραφές. Η τεχνητή νοημοσύνη και η μηχανική μάθηση χρησιμοποιούν τα μαθηματικά για να αναλύουν μεγάλες ποσότητες δεδομένων και να αναγνωρίζουν πρότυπα στο παιχνίδι. Οι προπονητές χρησιμοποιούν μαθηματικές έννοιες και μαθηματικά μοντέλα για να αποφασίσουν τις τακτικές του παιχνιδιού, όπως π.χ. το πώς να τοποθετήσουν τους παίκτες σε συγκεκριμένες θέσεις ώστε να μεγιστοποιηθεί η πιθανότητα επίτευξης γκολ και να ελαχιστοποιηθεί η πιθανότητα λάθους. Η θεωρία παιγνίων, ένας κλάδος των μαθηματικών, μπορεί να εφαρμοστεί για τη βελτιστοποίηση της στρατηγικής μιας ομάδας. Για παράδειγμα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να κατανοηθεί πότε είναι καλύτερο να επιτεθεί μια ομάδα ή να αμυνθεί, ανάλογα με τη στρατηγική του αντιπάλου. Χρησιμοποιούνται για να εκφράσουν τις πιθανότητες επιτυχίας ή αποτυχίας μιας ενέργειας. Χρησιμοποιούνται για την ανάλυση στατιστικών και τη λήψη αποφάσεων.

Στο ποδόσφαιρο όταν μιλάμε για στημένες φάσεις εννοούμε τις καταστάσεις στις οποίες το παιχνίδι ξεκινά από σταθερό σημείο με συγκεκριμένο τρόπο, όπως το φάουλ, το κόρνερ, ή το πέναλτι. Αυτές οι φάσεις είναι εξαιρετικά σημαντικές, καθώς συχνά οδηγούν σε ευκαιρίες για σκοράρισμα, και η προετοιμασία γι' αυτές απαιτεί στρατηγική, μελέτη και τη χρήση μαθηματικών μοντέλων για να αυξάνεται η αποτελεσματικότητα. Δεν είναι λίγες οι φορές που το αποτέλεσμα ενός παιχνιδιού κρίθηκε αποκλειστικά από στημένες φάσεις.

Οι στημένες φάσεις μελετιούνται μέσω της τοποθέτηση παικτών, της κίνησης και του συγχρονισμού, της ανάλυσης του ανέμου και του περιβάλλοντος, των στατιστικών δεικτών, της Θεωρίας Παιγνίων, των Πιθανοτήτων σκοραρίσματος, της ταχύτητα και τροχιά μπάλας και των γωνιών που παίζουν ρόλο στην κατεύθυνση των σουτ και των πασών. Για παράδειγμα, η εκτίμηση της γωνίας του σουτ μπορεί να επηρεάσει την απόφαση ενός παίκτη για το πού να στοχεύσει. Η γεωμετρία χρησιμοποιείται για την ανάλυση της θέσης και της κίνησης των παικτών. Οι εξισώσεις για τον υπολογισμό αποστάσεων μεταξύ παικτών ή από την μπάλα στο τέρμα βασίζονται στο

Πυθαγόρειο θεώρημα:  $d^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$  όπου  $(x_1,y_1)$  και  $(x_2,y_2)$  είναι οι συντεταγμένες των δύο σημείων.

Το πέναλτι εκτελείται από μια απόσταση 11 μέτρων από την εστία. Αν η μπάλα κινείται με ταχύτητα 30 m/s, θα φτάσει στον τερματοφύλακα σε περίπου 0,37 δευτερόλεπτα. Η ταχύτητα αυτή μπορεί να υπολογιστεί με τον τύπο  $v=s/t$ . Ο εκτελεστής του πέναλτι έχει την επιλογή να επιλέξει τη γωνία και την ταχύτητα με την οποία θα σουτάρει. Αν σουτάρει γρήγορα, η μπάλα θα φτάσει πιο γρήγορα στον τερματοφύλακα, μειώνοντας τον χρόνο αντίδρασής του. Η γωνία που επιλέγει ο εκτελεστής επηρεάζει την τροχιά. Ο τερματοφύλακας προσπαθεί να προβλέψει την κατεύθυνση της μπάλας. Έχει ένα μικρό χρονικό διάστημα για να αντιδράσει, συνήθως περίπου 0,2 δευτερόλεπτα, καθώς η μπάλα μπορεί να κινείται με μεγάλη ταχύτητα. Στην εκτέλεση ενός πέναλτι, οι πιθανότητες να σκοράρει κάποιος είναι συνήθως υψηλές. Πολλοί παίκτες πετυχαίνουν πάνω από 70% των πέναλτι που εκτελούν. Η ψυχολογία παίζει μεγάλο ρόλο. Ο εκτελεστής πρέπει να είναι ήρεμος και συγκεντρωμένος, ενώ ο τερματοφύλακας προσπαθεί να τον αποσυντονίσει. Στατιστικά, οι πιθανότητες επιτυχίας ενός πέναλτι είναι περίπου 75-80%. Αυτές οι πιθανότητες επηρεάζονται από παράγοντες όπως η εμπειρία του εκτελεστή και η ψυχολογία του τερματοφύλακα. Αυτά τα στοιχεία αλληλοεπιδρούν και καθορίζουν την επιτυχία ή την αποτυχία ενός πέναλτι. Είναι συνδυασμός φυσικής, ψυχολογίας και στρατηγικής.

Πλέον οι ομάδες χρησιμοποιούν και δεδομένα από αλγόριθμους μηχανικής μάθησης που αναλύουν χιλιάδες εκτελέσεις στημένων φάσεων. Αυτές οι αναλύσεις εντοπίζουν πρότυπα και βοηθούν τους προπονητές να σχεδιάσουν νέες τακτικές ή να ανακαλύψουν αδυναμίες στον αντίπαλο. Με αυτόν τον τρόπο, τα μαθηματικά και η ανάλυση δεδομένων παρέχουν ένα ισχυρό εργαλείο για τη βελτίωση της αποτελεσματικότητας στις στημένες φάσεις, κάτι που έχει αλλάξει δραματικά τον τρόπο που σχεδιάζονται και εκτελούνται αυτές οι φάσεις στο σύγχρονο ποδόσφαιρο και έχει ανεβάσει ένα από τα πιο αγαπημένα αθλήματα στον κόσμο, σε άλλο επίπεδο. Στο σύγχρονο ποδόσφαιρο, οι προπονητές και οι αναλυτές χρησιμοποιούν στατιστικά δεδομένα για να αξιολογήσουν την απόδοση των παικτών και των ομάδων. Τα μαθηματικά βοηθούν στον υπολογισμό ποσοστών επιτυχημένων πασών, σουτ προς το τέρμα, διανυόμενης απόστασης, καθώς και σε πιο προχωρημένες μετρήσεις όπως το "Expected Goals" (xG). Η ανάλυση δεδομένων από συσκευές παρακολούθησης βοηθά στη διαχείριση της προπόνησης και της φυσικής κατάστασης των παικτών με μαθηματικούς υπολογισμούς για να αποφευχθούν τραυματισμοί.

### **Συμπεράσματα:**

Από την ανωτέρω αδρομερή ανάλυση και τα παραδείγματα θετικών επιστημόνων που αναφέρθηκαν, φανερώνεται πώς το ποδόσφαιρο και τα μαθηματικά μπορούν να συνδυαστούν. Σε μια εποχή όπου το επαγγελματικό ποδόσφαιρο δεν είναι μόνο απόρροια καλής και εντατικής προπόνησης, αλλά και πιθανοτήτων και εξηγήσεων βάσει της φυσικής, των μαθηματικών, της στατιστικής, του προγραμματισμού, των πιθανοτήτων, της γεωμετρίας, ακόμη και της αρχιτεκτονικής, οι υπεύθυνοι του κλάδου οφείλουν να γνωρίζουν την εφαρμογή των θετικών αυτών επιστημών, κυρίως των μαθηματικών που αποτελούν τη μήτρα τους, για να έχουν τα μέγιστα δυνατά και καλύτερα αποτελέσματα.

### **Βιβλιογραφία:**

1. *Άρθρο της εφημερίδας Το Βήμα (13.6.2010)*
2. *Μαθηματικά και ποδόσφαιρο – Αντικλείδι*
3. *Το Σύγχρονο Ποδόσφαιρο συναντάει την Επιστήμη των Μαθηματικών – Ο ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ*
4. *tsakiridisanalysis.gr*